# 整体把握高中数学新课程中的三角函数与三角

福建省福州第八中学　王　成

**摘　要**　教师如果能够引导学生从整体的角度把握高中数学新课程中的三角函数与三角，就能让学生以三角函数与三角为切入点，解决各类数学几何问题、周期问题、向量问题，这样对提高学生解决数学问题的能力有非常重要的意义。本次研究说明了数学教师引导学生从整体的角度把握高中数学新课程中三角函数与三角的方法。

**关键词**　高中数学　三角函数　三角

三角函数是高中学生必须要掌握的一种初等函数。这种函数是以角度为自变量，以角度对应的角终边与单位圆交点坐标的比例为因变量的一种函数。从三角函数的定义来看，它虽然似乎是在讨论角的问题，实则是在讨论函数周期的问题。三角函数这种解析数学问题的方法对研究几何问题、向量问题、周期问题有非常重要的意义。高中数学教师在三角函数的教学中，要引导学生以三角为基础，从数学系统整体的高度理解三角函数。

一、整体把握三角函数与三角的意义

部分高中生在学习了三角函数以后，往往不能灵活地应用三角函数知识。比如，有一名数学教师引导学生做习题1：已知集合 $A=\{a\mid a=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3},k\in Z\}$，$B=\{\beta\mid\beta=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3},k\in Z\}$，$C=\{\gamma\mid\gamma=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3},k\in Z\}$。求这三个集合之间的关系。很多学生从集合的角度来做这道数学题，然后表示这道数学题很复杂。而改教师引导学生尝试从三角函数的角度来思考集合的问题，学生接受了教师的引导以后，理解到这一题的解题要点原来为把三个集合看作角 $\pm\frac{2\pi}{3}$ 的终边每次分别旋转一周，那么就可以在坐标图上用三角函数来显示这三个集合，三个集合的关系为 $A\subseteq B\subseteq C$。学生在没有接受教师的引导以前，没有想过把集合问题转换为三角函数的问题，这就意味着学生不能灵活地应用三角函数。学生不能灵活地应用三角函数的原因，是由于学生以孤立的角度看待三角函数与三角，不能用整体思维看待三角函数与三角的缘故。教师引导学生用数学系统这一思维来看待三角函数与三角的目的，就是要让学生从数学系统这一角度深入地理解三角函数及三角的概念，能够把三角函数与三角的知识作为一种解题工具，进而灵活地解决数学问题。应用这种思维开展教学活动，有非常重要的意义。

二、从整体把握三角函数与三角的方法

（一）培养学生的转换能力，引导学生利用数形的思维看待三角函数与三角

部分学生在学习三角函数的时候，不能找到学习三角函数的要点。如学生不能理解三角函数和普通函数的区别，不能理解到底应用三角函数能解决什么问题。关于这个问题，数学教师可引导学生用数形的思维看待三角函数与三角。

以一名数学教师引导学生学习习题2为例：已知 $\sin\alpha>\sin\beta$，以下哪一个命题描述正确（　）A：如果 $\alpha$ 与 $\beta$ 是第一象限角，那么 $\cos\alpha>\tan\beta$；B：如果 $\alpha$ 与 $\beta$ 第二象限角，那么 $\tan>\tan\beta$；C：如果 $\alpha$ 与 $\beta$ 是第三象限角，那么 $\cos>\cos\beta$；D：如果 $\alpha$ 与 $\beta$ 是第四象限角，那么 $\tan\alpha>\tan\beta$。这一名教师引导学生思考，如果用计算的方式来思考这道数学题，那么会比较烦琐，假设应用数形结合的思想来思考这道题，这个数学问题就会变得很简单。这一名数学教师引导学生看图1，三角函数是一种用函数的方法描述边、角、坐标的问题。如果学生把三角函数转化为图形问题，就能应用三角函数的性质得到D是正确的。

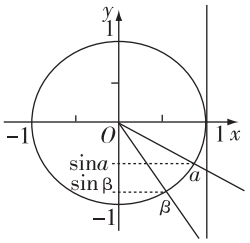



图1

该教师通过一道数学题引导学生理解三角函数与三角是一种用函数的方式描述角的问题，这是一种用数字来描述图形问题的方法。假设学生在计算数学问题时，能把各种数学问题转化为三角函数问题，就能应用计算角的方式解决数学问题。

教师在教学过程中，应提高学生的阅读观察能力，使其具备转化的数学思想，知道什么样的数学问题可以转化为三角函数及三角的问题。

（二）提高学生的思维水平，引导学生利用函数的思想看待三角函数与三角

学生在计算三角函数与三角的数值时，有时会遇到计算困难的问题。这是因为有些三角函数与三角的计算难以用角的思路计算。当学生遇到三角函数计算困难的问题时，可以引导学生应用函数思想来找到数学问题的答案。

以一名数学教师引导学生学习习题3为例。习题3：已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)-\frac{1}{2}|\sin x-\cos x|$，求 $f(x)$ 的值域。

刚开始，学生找不到这一题的解题方法。于是教师引导学生思考，这个函数计算的问题，相加的两个函数是否为特殊的数值？学生经过思考，发现这个数学计算的问题可以转化为两个三角函数的加减问题。即可得：$f(x)=\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)-\frac{1}{2}|\sin x-\cos x|=\begin{cases}\cos x(\sin x\geqslant\cos x)\\ \sin x(\sin x<\cos x)\end{cases}$；

这样就将该题转化为两个三角函数的解析问题，那么把这两个三角函数用图形的方式表示出来，可见两个三角函数的函数图形绘制为图2，结合图2可知 $f(x)_{\max}=f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$f(x)_{\min}=f(\pi)=-1$，从而可知函数 $f(x)$ 的值域为 $[-1,\frac{\sqrt{2}}{2}]$。

（下转第96页）



?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

们再考虑一下有没有其他解法。

生2：我觉得生1的解法存在浪费原材料的情况，如果从左边剪下两个边长6厘米的正方形接在右边（见图2），这样就充分利用了原材料，焊接成的无盖长方体的容积是：$(48-6)\times(24-6\times2)\times6=3024cm^3$。

师：你们的想法真有创意，请同学们讨论如此充分利用了原材料焊接成的无盖长方体容积是不是一定最大？大家放飞想象，不要囿于常规解法。

生3：我想从左边剪下两个长24厘米、宽6厘米的长方形分别焊接在上下边（见图3），焊接成的无盖长方体容积是：$24\times24\times6=3456cm^3$。

刹那间，我不由得忆起著名科学家杨振宁教授的一句话："优秀的学生倒不在于他优秀的成绩，而在于他优秀的思维方式。"长期积累的数学潜能使学生的创造性思维在瞬间得以迸发，突破学生常规的思维，超越学生自我的束缚，放开想象的思绪，使学生的数学能力发生质的飞跃。我不由自主地鼓起掌来，我深知这种无言的鼓励将是学生最大的精神动力所在。《数学课程标准》指出："要鼓励学生独立思考，引导学生自主探索、合作交流"。英国大文豪萧伯纳说："你有一个思想，我有一个思想，彼此交换，每个人就有两个或两个以上的思想。""学生和自己的同伴彼此之间进行的合作是课堂教学效率的取之不尽的源流，现在的学校和课堂如果不利用学生之间的合作来组织教学，已经是不可想象的事情了"（中国—联合国儿童基金会师资培训教材《面向每个人的学校》）。在教学中，教师应多留给学生一些思考的时间，多给学生创造一些合作讨论的机会，鼓励学生勇于发表自己的见解，这样有利于学生创造性思维的迸发，可以充分展示学生的数学能力，为学生学习数学营造"生动、活泼、民主"的氛围，我想，用"教师的沉稳，学生的灵动"来形容有利于学生创造性思维迸发的富有创意的教学再合适不过了。

德国戈特弗里德·海纳特教授在《创造力》一书中说："从人的天资和使命来看，每个人均具有创造能力，它们以不同的方式显示出来。这种创造性、建设性思维和行动的能力，这种发展想象的能力和解决问题的能力，常常受到压抑、束缚和埋没。我们主张从小对儿童实行创造性教育。为此，家长、教师和教育家应当知道采取哪些措施和避免哪些失误。"教学中应努力创设适合培养学生创造性思维的问题情境，多留给学生一些思考的时间，多给学生一些讨论合作的机会，鼓励学生勇于发表自己的见解，这样有利于培养学生的创造性思维，发展学生的数学能力。

参考文献

[1]黄全愈. 素质教育在美国[M]. 广东：广东教育出版社，2000.

[2]王海青. 小议质疑与创新[J]. 中小学数学·小学版，2001(4)：15－16.

[3]谈祥柏. 数学情结[J]. 小学数学教师，2001(5)：73－77.

[4]张德琇. 创造性思维的发展与教学[M]. 湖南：湖南师范大学出版社，1990.

[5]海纳特，陈钢林译. 创造力[M]. 北京：工人出版社，1986.

（上接第90页）

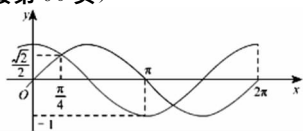


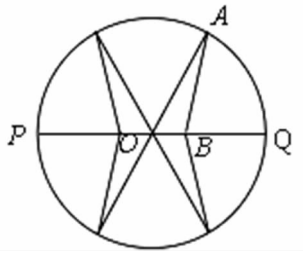

图2

数学教师可引导学生看到在解决数学问题的时候，要观察数学问题中有没有三角函数的特征，如果有，则可以利用函数中常见的一些方法如数形结合等来解决问题。然而三角函数及三角的坐标图形适合讨论角的计算问题，有时不适合讨论范围的计算问题、周期的计算问题等。三角函数是一种特殊的函数，此时学生可以把三角函数用函数图形表示出来，借用函数图形来计算数学问题。当然，即使学生具备了数学转换的思维，有时也会不知道转换的方向，教师要引导学生通过函数思想、数形思想、方程思想等，让学生遇到数学问题时，就能应用数学思想把数学问题转换为三角函数与角的问题，再应用最佳的数学问题切入点来解决三角函数与角的问题。

（三）增强学生的发散思维，引导学生利用转化的思路看待三角函数与三角

当学生理解了三角函数的角计算这一特征，理解了用三角函数这一特征来解决数学计算问题以后，学生还需要了解哪些数学问题可以用三角函数来解决，哪些问题不适合用三角函数来解决。如果学生理解了这个数学问题，就能高效地应用三角函数知识来解决数学问题。

现在以一名数学教师引导学生思考习题4为例。习题4：为迎接青运会在我市召开，美化城市，在某主干道上布置系列大型花盆，该圆形花盆直径2米，内部划分为不同区域种植不同花草，如图所示，在蝶形区域内种植百日红，该蝶形区域由四个对称的全等三角形组成，其中一个三角形$OAB$的顶点$O$为圆心，$A$在圆周上，$B$在半径$OQ$上，设计要求$\angle ABO=120°$




(1)请设置一个变量$x$，写出该蝶形区域的面积$S$关于$x$的函数表达式；

(2)$x$为多少时，该蝶形区域面积$S$最大？

刚开始学生可能习惯性地用长度来设变量，直到这一名数学教师提醒学生可以利用角度来表示长度和面积，学生才转换过来。由于蝶形区域由四个对称的全等三角形组成，所以其面积为三角形$OAB$面积的四倍，表示三角形$OAB$面积应设角为自变量，即设$\angle AOB=x$。

这一名数学教师引导学生了解，只要一个数。问题中存在角度、正弦、余弦、正切、余切等特殊的数学特征，就可以思考应用三角函数及三角的思路来进行数学计算。部分数学问题可能没有明显的三角函数及三角的特征，但是可以通过转换的思路让数学问题呈现这样的特征，再应用三角函数的方法来解决数学问题。

当学生掌握了数学思想以后，有时不知道什么情况下利用三角函数与三角的方法来解决问题，这时就要引导学生理解三角函数与三角问题的数学特征为正弦、余弦、正切、余切等，只要学生找到其中一种就能完成数学问题的转换过程。如果部分数学问题的三角函数与三角的特征不明显，学生要能通过数值的计算与转换把数学问题的三角函数与三角的特征变得明显，再应用三角函数与三角的性质来解决。

部分高中学生的数学知识系统不够完整，数学教师不能迅速地让学生从数学系统这一整体高度来思考三角函数与三角的问题。为了让学生能够逐渐地提高思维高度，数学教师可为学生精选数学习题，让学生能够找出三角函数与三角数学问题的特征、找到三角函数与三角数学问题的转换角度、应用最佳的切入点解决数学问题。当学生能够从整体角度把握三角函数与三角问题以后，三角函数与三角的解题思路能成为学生解决数学问题的利器。

参考文献

[1]王尚志，张思明，胡凤娟. 向量的概念和应用[J]. 中学数学教学参考，2008(09).

[2]程云. 浅论探究性教学在高中数学三角函数教学中的应用[J]. 新课程学习（学术教育），2010(06).



?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net